

**Визначений інтеграл. Формула  
Ньютона-Лейбніца**

403°. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_1^3 (2x - 1) dx;$$

$$2) \int_0^2 (2x - x^2) dx;$$

$$3) \int_1^2 (x - 2)^2 dx;$$

$$4) \int_7^7 5 dx;$$

$$5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx;$$

$$6) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$$

$$7) \int_1^5 \frac{dx}{x^2};$$

$$8) \int_{-2}^0 (x^5 - 3x^2) dx.$$

**404°. Обчислити інтеграл:**

$$\begin{array}{lll} 1) \int_0^1 (3x - 2) dx; & 2) \int_{-2}^0 (x^2 - 2x) dx; & 3) \int_1^3 (x + 1)^2 dx; \\ 4) \int_1^3 4 dx; & 5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx; & 6) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x}; \\ 7) \int_1^2 \frac{dx}{x^3}; & 8) \int_0^1 (x^7 - 2x) dx. \end{array}$$

**405. Обчислити інтеграл:**

$$\begin{array}{lll} 1) \int_1^9 \frac{2x}{x^{1,5}} dx; & 2) \int_1^4 \frac{x}{\sqrt{x}} dx; & 3) \int_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{x}}; \\ 4) \int_1^8 \frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} dx; & 5) \int_0^1 x \cdot \sqrt[3]{x} dx; & 6) \int_8^{27} \frac{\sqrt[3]{x^2} dx}{x}. \end{array}$$

**406. Обчислити інтеграл:**

$$\begin{array}{ll} 1) \int_1^4 \frac{4\sqrt{x}}{x} dx; & 2) \int_4^9 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x}}; \\ 3) \int_1^9 \frac{x^3}{\sqrt{x^5}} dx; & 4) \int_1^{16} \frac{\sqrt[4]{x}}{x} dx. \end{array}$$

**407. Обчислити інтеграл:**

$$\begin{array}{ll} 1) \int_0^1 (x + 1)^5 dx; & 2) \int_{\pi}^{2\pi} \cos \frac{x}{6} dx; \\ 3) \int_{-1}^0 (1 - 2x)^3 dx; & 4) \int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right)}; \\ 5) \int_1^2 \frac{4 dx}{(2x - 1)^3}; & 6) \int_{-1}^1 \frac{2 dx}{\sqrt{4x + 5}}; \end{array}$$

$$7) \int_0^9 \frac{dx}{\sqrt{4 - \frac{x}{3}}};$$

$$8) \int_{-4}^1 \sqrt{5 - x} dx;$$

$$9) \int_0^{3.5} \sqrt[3]{2x + 1} dx;$$

$$10) \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - 7x}}.$$

**408. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_2^3 (x - 1)^4 dx;$$

$$2) \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx;$$

$$3) \int_0^1 (3 - 4x)^4 dx;$$

$$4) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2 \left( \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right)};$$

$$5) \int_1^{\frac{4}{3}} \frac{5dx}{(3x - 2)^4};$$

$$6) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x - 2}};$$

$$7) \int_0^4 \sqrt{9 - 2x} dx;$$

$$8) \int_0^{31} \sqrt[3]{4x + 1} dx.$$

**409. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx;$$

$$2) \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2x dx;$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{24}} \operatorname{tg}^2 6x dx;$$

$$4) \int_0^\pi \cos^4 x dx;$$

$$5) \int_0^\pi \sin 2x \cos 3x dx;$$

$$6) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx;$$

$$7) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x};$$

$$8) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \sin^2 \left( x + \frac{\pi}{3} \right) - \cos^2 \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \right) dx.$$

**410. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx;$$

$$2) \int_0^{\pi} \cos^2 4x dx;$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx;$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 5x \sin 4x dx;$$

$$5) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx;$$

$$6) \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} 12 \left( \frac{\pi}{8} - x \right) \cos \left( \frac{\pi}{8} - x \right) dx.$$

**411. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_0^1 (x^2 + 2x)^2 dx;$$

$$2) \int_0^4 (\sqrt{x} - x^3)^2 dx;$$

$$3) \int_1^2 \frac{x^3 - x^4 + 2}{x^6} dx;$$

$$4) \int_1^4 \frac{x + x^2 - 4}{\sqrt{x}} dx;$$

$$5) \int_{\frac{2}{3}}^3 \frac{x^4 - 1}{x - 1} dx;$$

$$6) \int_0^1 \frac{x dx}{(x+1)^3};$$

$$7) \int_0^{\frac{7}{3}} \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx;$$

$$8) \int_{-1}^{15} \frac{dx}{\sqrt{x+10} - \sqrt{x+1}}.$$

**412. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_0^1 (x^2 + \sqrt{x})^2 dx;$$

$$2) \int \frac{x^4 - x + 1}{x^3} dx;$$

$$3) \int_1^2 \frac{8x^3 - 1}{2x - 1} dx;$$

$$4) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{16x+9}} dx.$$

**413. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_0^1 \frac{6x^2}{(2x^3 + 1)^2} dx;$$

$$2) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

**414.** Обчислити інтеграл:

$$1) \int_0^1 \frac{6x}{(3x^2 + 1)^3} dx; \quad 2) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x dx}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

**415.** Обчислити інтеграл  $\int_0^4 f(x) dx$ , якщо

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{якщо } x < 2, \\ 1 - x^2, & \text{якщо } x \geq 2. \end{cases}$$

**416.** Обчислити інтеграл  $\int_0^2 f(x) dx$ , якщо

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{якщо } x < 1, \\ 4x, & \text{якщо } x \geq 1. \end{cases}$$

**417.** Обчислити інтеграл  $\int_0^2 |x - 1| dx$ .

**418.** Обчислити інтеграл  $\int_0^4 |x - 2| dx$ .

**419.** При якому значенні  $a$  значення інтеграла:

$$\int_0^a (6 - 2x) dx \text{ найбільше?}$$

**420.** При якому значенні  $a$  значення інтеграла:

$$\int_0^a (4x - 12) dx \text{ найменше?}$$

**421.** При яких значеннях  $b$  виконується нерівність:

$$1) \int_1^b 3x^2 dx < 7; \quad 2) \left| \int_{-b}^{-1} \frac{dx}{x^2} - 1 \right| < 5?$$

**422.** При яких значеннях  $b$  виконується нерівність:

$$1) \int_0^b 5x^4 dx > 1; \quad 2) \left| \int_1^b \frac{dx}{x^2} - 1 \right| < \frac{1}{8}?$$

423°. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_1^3 e^x dx;$$

$$2) \int_0^2 3^x dx;$$

$$3) \int_1^2 2^x \ln 2 dx;$$

$$4) \int_{-2}^{-1} 0,2^x \ln 5 dx;$$

$$5) \int_0^1 (e^x - 2 \cdot 3^x) dx;$$

$$6) \int_2^4 (4^x \ln 2 - x) dx.$$

424°. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_0^1 e^x dx;$$

$$2) \int_{\frac{1}{2}}^3 2^x dx;$$

$$3) \int_1^3 3^x \ln 3 dx;$$

$$4) \int_{-1}^0 0,5^x \ln 2 dx;$$

$$5) \int_0^2 (3 \cdot 7^x - e^x) dx;$$

$$6) \int_1^2 (3x^2 - 9^x \ln 3) dx.$$

425. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_0^2 e^{-x} dx;$$

$$2) \int_0^9 e^{-\frac{x}{3}} dx;$$

$$3) \int_0^1 2^{3x-1} \ln 2 dx;$$

$$4) \int_0^2 \left( 4e^{2x-1} - 5^{\frac{x}{2}} \right) dx;$$

$$5) \int_1^2 \left( \frac{1}{8} \right)^{2x-3} \ln 2 dx;$$

$$6) \int_{-2}^2 \left( 5^{\frac{x}{4}} - \sin \pi x \right) dx.$$

426. Обчислити інтеграл:

$$1) \int_0^1 2^{-x} dx;$$

$$2) \int_{\frac{1}{2}}^4 e^{-\frac{x}{2}} dx;$$

$$3) \int_{-1}^1 3^{2x+1} \ln 3 dx;$$

$$4) \int_0^3 \left( 3e^{3x-8} - 2^{\frac{x}{3}} \right) dx;$$

$$5) \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+1} \ln 2 dx;$$

$$6) \int_{-1}^1 \left(\cos \pi x - 5^{\frac{x}{2}}\right) dx.$$

**427. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_{\ln 2}^{\ln 2} (1 - e^{2x})^2 dx;$$

$$2) \int_{-1}^1 (e^x + e^{-x})^2 dx;$$

$$3) \int_0^1 \frac{2^x + 7^x}{14^x} dx;$$

$$4) \int_1^2 \frac{x^3 + e^{-x}}{x^3 e^{-x}} dx.$$

**428. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_{\ln 4}^{\ln 4} (e^x + 2)^2 dx;$$

$$2) \int_2^2 (e^{-x} - e^x)^2 dx;$$

$$3) \int_0^1 \frac{12^x - 8^x}{2^x} dx;$$

$$4) \int_1^2 \frac{x^4 + e^x}{x^4 e^x} dx.$$

**429°. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_2^4 \frac{dx}{x};$$

$$2) \int_1^2 \frac{5}{x} dx;$$

$$3) \int_3^{27} \frac{dx}{x \ln 3};$$

$$4) \int_2^8 \left(x - \frac{1}{x}\right) dx;$$

$$5) \int_{-12}^{-6} \frac{dx}{x \ln 2};$$

$$6) \int_3^9 \left(\frac{1}{x} - x^2\right) dx.$$

**430. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_1^3 \frac{dx}{x};$$

$$2) \int_2^{16} \frac{2}{x} dx;$$

$$3) \int_4^{20} \frac{dx}{x \ln 5};$$

$$4) \int_3^9 \left(\frac{1}{x} + x\right) dx;$$

$$5) \int_{-9}^{-3} \frac{dx}{x \ln 3};$$

$$6) \int_{-2}^{-1} \left(4x^3 - \frac{1}{x}\right) dx.$$

**431. Обчислити інтеграл:**

$$1) \int_1^2 \frac{dx}{4x - 3};$$

$$2) \int_{-1}^1 \frac{dx}{3 - 2x};$$

$$3) \int_{-4}^0 \frac{dx}{\frac{x}{2} + 4};$$

$$4) \int_1^4 \left(x - \frac{12}{3x - 2}\right) dx.$$

**432.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_3^7 \frac{dx}{2x-5};$

2)  $\int_{-1}^0 \frac{dx}{1-3x};$

3)  $\int_0^3 \frac{dx}{\frac{x}{3}-2};$

4)  $\int_{-3}^{-1} \left( \frac{6}{2x+7} - 3x^2 \right) dx.$

**433.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_1^2 \frac{1+x}{x^2} dx;$

2)  $\int_1^4 \left( \frac{1+x}{x} \right)^2 dx;$

3)  $\int_{0,5}^1 \frac{8x^2-1}{2x} dx;$

4)  $\int_0^3 \frac{3x^2}{x^3+1} dx.$

**434.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_1^3 \frac{x-1}{x^2} dx;$

2)  $\int_1^2 \left( \frac{1-x}{x} \right)^2 dx;$

3)  $\int_2^4 \frac{6x^2-1}{3x} dx;$

4)  $\int_0^2 \frac{2x}{x^2+1} dx.$

**435°.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_0^1 x^{\sqrt{3}} dx;$

2)  $\int_1^2 \left( x^{\sqrt{2}} + x^{-\sqrt{2}} \right)^2 dx.$

**436°.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_0^1 x^{\sqrt{5}} dx;$

2)  $\int_1^2 \left( x^{\sqrt{3}} + x^{-\sqrt{3}} \right)^2 dx.$

**437.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_2^3 (2x-3)^{\sqrt{2}} dx;$

2)  $\int_1^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{(3x-2)^2} dx.$

**438.** Обчислити інтеграл:

1)  $\int_1^3 (4x-3)^{\sqrt{3}} dx;$

2)  $\int_1^{8,5} \sqrt[4]{(2x-1)^3} dx.$