

III. Інтеграл та його застосування

Первісна

342°. Довести, що функція F є первісною для функції f на $(-\infty; +\infty)$:

1) $F(x) = x^3 - 2x + 1$; $f(x) = 3x^2 - 2$;

2) $F(x) = 2\sin 2x - 2$; $f(x) = 4\cos 2x$;

3) $F(x) = 3 - \cos^2 x$; $f(x) = \sin 2x$;

4) $F(x) = x\sin x$; $f(x) = \sin x + x\cos x$.

343°. Довести, що функція F є первісною для функції f на $(-\infty; +\infty)$:

1) $F(x) = x^4 - 3x^2 + 5$; $f(x) = 4x^3 - 6x$;

2) $F(x) = \cos 2x + 3$; $f(x) = -2\sin 2x$;

3) $F(x) = \sin^2 x + 7$; $f(x) = \sin 2x$;

4) $F(x) = x\cos x$; $f(x) = \cos x - x\sin x$.

344°. Довести, що функція F є первісною для функції f на вказаному проміжку:

1) $F(x) = \frac{3}{x^2} + 1$; $f(x) = -\frac{6}{x^3}$, $x < 0$;

2) $F(x) = \sqrt{x} + 1$; $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$;

3) $F(x) = 6x^{-1.5}\sqrt{x}$; $f(x) = -\frac{6}{x^2}$, $x > 0$;

4) $F(x) = 2\operatorname{tg} x$; $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

345°. Довести, що функція F є первісною для функції f на вказаному проміжку:

1) $F(x) = \frac{6}{x^2} - 5$; $f(x) = -\frac{12}{x^3}$, $x < 0$;

2) $F(x) = 7 - 2\sqrt{x}$; $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}}$, $x > 0$;

3) $F(x) = \frac{4x^{-2,5}}{\sqrt{x}}$; $f(x) = -\frac{12}{x^4}$, $x > 0$;

4) $F(x) = -3\text{ctg}x$; $f(x) = \frac{3}{\sin^2 x}$, $x \in (0; \pi)$.

346. Довести, що функція F є первісною для функції f на вказаному проміжку:

1) $F(x) = \sqrt{-x}$; $f(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-x}}$, $x < 0$;

2) $F(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x^3} - 12$; $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{2}\sqrt{x}$, $x > 0$;

3) $F(x) = 5 - \sin^2 x + \cos^2 x$; $f(x) = -2\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$;

4) $F(x) = (x-1)^4$; $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 12x - 1$, $x \in \mathbb{R}$;

5) $F(x) = \sqrt{2x^7 - 1}$; $f(x) = \frac{7x^6}{\sqrt{2x^7 - 1}}$, $x > 1$;

6) $F(x) = \frac{1}{x^3 - 3}$; $f(x) = -\frac{3x^2}{(x^3 - 3)^2}$, $x \in (0; 1)$.

347. Довести, що функція F є первісною для функції f на вказаному проміжку:

1) $F(x) = \sqrt{x^5} - \sqrt{x} + 3$; $f(x) = \frac{5x\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$;

2) $F(x) = 2\sin^2 x \cos^2 x$; $f(x) = \sin 4x$, $x \in \mathbb{R}$;

3) $F(x) = (x+2)^4$; $f(x) = 4x^3 + 24x^2 + 48x + 32$, $x \in \mathbb{R}$;

4) $F(x) = \frac{1}{x^2 - 7}$; $f(x) = -\frac{2x}{(x^2 - 7)^2}$, $x \in (0; 2)$.

348°. Чи є F первісною для f на вказаному проміжку:

1) $F(x) = 2 - \sin x$; $f(x) = \cos x$, $x \in \mathbb{R}$;

2) $F(x) = 7 - x^5$; $f(x) = -5x^4$, $x \in \mathbb{R}$;

$$3) F(x) = \cos x + \sqrt{x}; f(x) = -\sin x + \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0;$$

$$4) F(x) = \frac{1}{x^2} + 7; f(x) = \frac{1}{2x^3}, x > 0?$$

349. Чи є F первісною для f на вказаному проміжку:

$$1) F(x) = 3x^2 + \cos x + 3; f(x) = 6x - \sin x, x \in \mathcal{R};$$

$$2) F(x) = \frac{1}{x} + 2 \sin x; f(x) = \frac{1}{x^2} + 2 \cos x, x > 0?$$

350. Чи є F первісною для f на вказаному проміжку:

$$1) F(x) = 2x + \operatorname{tg} x; f(x) = 2 + \frac{1}{\cos^2 x}, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$2) F(x) = \frac{1}{x}; f(x) = -\frac{1}{x^2}, x \in (-2; 2);$$

$$3) F(x) = -\frac{1}{x^2}; f(x) = \frac{1}{x}, x > 0;$$

$$4) F(x) = 2\sqrt{1+x} + 17; f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}, x > -1?$$

351. Чи є F первісною для f на вказаному проміжку:

$$1) F(x) = 7x - \operatorname{ctg} x; f(x) = 7 + \frac{1}{\sin^2 x}, x \in (0; \pi);$$

$$2) F(x) = \frac{1}{x^2}; f(x) = -\frac{2}{x^3}, x \in (-7; 7);$$

$$3) F(x) = -\frac{2}{x^3}; f(x) = \frac{1}{x^2}, x > 0;$$

$$4) F(x) = \sqrt{4x-1} + 2x; f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}} + 2, x > \frac{1}{4}?$$

352. Довести, що функція $F(x) = x^3 |x|$ є первісною для функції $f(x) = 4x^2 |x|$ на проміжку $(-\infty; +\infty)$.

353. Довести, що функція $F(x) = x |x|$ є первісною для функції $f(x) = 2 |x|$ на проміжку $(-\infty; +\infty)$.

354. Знайти одну з первісних для функції f на \mathcal{R} :

$$1) f(x) = 2x; 2) f(x) = 7; 3) f(x) = 4 \cos x; 4) f(x) = x^3.$$

355. Знайти одну з первісних для функції f на \mathcal{R} :

$$1) f(x) = 3x^2; 2) f(x) = -12;$$

$$3) f(x) = -\sin x; 4) f(x) = x^5.$$